

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФГБОУ ВО «МГУТУ ИМ. К.Г.РАЗУМОВСКОГО (ПКУ)»**

**Задания по математике
Заключительного этапа Всероссийской олимпиады школьников
«Кирилл Разумовский - к вершинам знаний»**

Вариант 1

Задание 1. (20 баллов)

Найти все двузначные числа, обладающие тем свойством, что каждое из них в сумме с числом, записанным тем же цифрами, но в обратном порядке, равно квадрату некоторого числа.

Задание 2. (20 баллов)

Из 12 девушек и 10 юношей выбирают команду в составе 5 человек. Сколькими способами можно выбрать эту команду так, что бы в нее вошло не более 3 юношей?

Задание 3. (20 баллов)

Решите уравнение:

$$15^{\log_5 3} \cdot x^{\log_5 9x+1} = 1$$

Задание 4. (20 баллов)

Найти $\sin(\alpha+\beta)$, если

$$\cos \alpha + \cos \beta = a$$

$$\sin \alpha + \sin \beta = a$$

Задание 5. (20 баллов)

Найти объем правильной треугольной пирамиды, у которой плоский угол при вершине равен α , а кратчайшее расстояние между боковым ребром и противоположной стороной основания равно d .

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФГБОУ ВО «МГУТУ ИМ. К.Г.РАЗУМОВСКОГО (ПКУ)»**

**Задания по математике
Заключительного этапа Всероссийской олимпиады школьников
«Кирилл Разумовский - к вершинам знаний»**

Вариант 2

Задание 1. (20 баллов)

Доказать, что дробь $\frac{a^3+2a}{a^4+3a^2+1}$ несократима ни при каком целом значении a .

Задание 2. (20 баллов)

Сколькими способами можно выбрать из натуральных чисел от 1 до 30 три натуральных числа так, чтобы их сумма была четной?

Задание 3. (20 баллов)

Решить неравенство:

$$\log_{\sqrt{2+\sqrt{3}}}(2-|x-1|) > \log_{\sqrt{10}}(2x-x^2)$$

Задание 4. (20 баллов)

Решить уравнение:

$$1+2\cos 2x+2\cos 4x+2\cos 6x=0$$

Задание 5. (20 баллов)

В сферу радиуса R вписан конус, осевое сечение которого является прямоугольным треугольником. В конус вписана вторая сфера, а в эту сферу-параллелепипед, стороны которого относятся между собою, как 1:2:3. Найти поверхность параллелепипеда.