

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
**«МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ТЕХНОЛОГИЙ И УПРАВЛЕНИЯ имени К.Г. РАЗУМОВСКОГО
(Первый казачий университет)»
(ФГБОУ ВО «МГУТУ им. К.Г. Разумовского (ПКУ)»)**

«УТВЕРЖДАЮ»

**Проректор по учебно-методической
работе**

М.Ю. Стояновский

«31» октября 2022 г.



**ПРОГРАММА ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ
для поступающих на обучение по образовательным программам
высшего образования-программам бакалавриата, специалитета
«Математика»**

Программу составил(и):

*Заведующая кафедрой высшей математики, к.тех.наук, доц. Воробьева А.В.;
профессор кафедры высшей математики, д-р.пед.наук, доц. Попович А.Э.;
к.физ-мат.наук, доц. Лановая А.В.; к.физ-мат.наук, доц. Корнилов А.Я.,
доц. Иванов С.К.*

Программа вступительного испытания обсуждена на заседании кафедры
(протокол № 3 от «27» октября 2022 года)

Зав. кафедрой _____ / А.В. Воробьева /

Москва 2022

СОДЕРЖАНИЕ

1	Организационно-методические указания по проведению экзамена	3
2	Требования к проведению вступительного экзамена	3
3	Процедура сдачи письменного экзамена	4
4	Критерии проверки экзаменационной работы	4
5	Критерии оценки экзаменационной работы	8
6	Основные умения и навыки	8
7	Содержание программы вступительного экзамена Теоретические основы математики. Основные понятия	9
8	Рекомендуемая литература	12

1. Организационно-методические указания по проведению экзамена.

Настоящая программа разработана в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом среднего (полного) общего образования.

Цель экзамена – отобрать наиболее подготовленных абитуриентов.

Вступительные испытания по математике проводятся по программе, соответствующей образовательной программе среднего (полного) общего образования. Вступительное испытание содержит задания базового уровня сложности по материалу курса «Алгебра и начала анализа» 10-11 классов, а также задания повышенного и высокого уровня сложности по материалу курса «Алгебра и начала анализа» 10-11 классов и различных разделов курсов алгебры, геометрии, теории вероятностей и статистики основной и средней школы.

Программа отражает обязательное для усвоения содержание обучения математике и состоит из двух разделов. Первый раздел содержит применение основных теоретических понятий по математике, второй – систему умений и навыков, которыми должен владеть абитуриент.

Объем знаний и степень владения материалом, описанным в программе, соответствуют курсу математики средней школы. Поступающий может пользоваться всем арсеналом средств из этого курса, включая и начала анализа. Однако для решения экзаменационных задач достаточно уверенного владения лишь теми понятиями и их свойствами, которые перечислены в настоящей программе. Объекты и факты, не изучаемые в общеобразовательной школе, также могут использоваться поступающими, но при условии, что он способен их пояснять и доказывать.

В связи с обилием учебников и регулярным их переизданием отдельные утверждения второго раздела могут в некоторых учебниках называться иначе, чем в программе, или формулироваться в виде задач, или вовсе отсутствовать. Такие случаи не освобождают поступающего от необходимости знать эти утверждения.

2. Требования к проведению вступительного экзамена.

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий с кратким ответом базового уровня сложности и 4 задания с кратким ответом повышенного уровня сложности. Часть 2 содержит 6 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

3. Процедура сдачи письменного экзамена

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа (180 минут).

Примерное время выполнения заданий:

№ задания	примерное время, мин	№ задания	примерное время, мин
1	2	10	5
2	2	11	10
3	2	12	10
4	3	13	10
5	3	14	20
6	3	15	15
7	5	16	20
8	5	17	30
9	5	18	30

Во время экзамена абитуриент может пользоваться линейкой.

4. Критерии проверки экзаменационной работы.

Задания 1 – 12 оцениваются в 4 балла. Решение приводить не следует, необходимо вписать ответ в соответствующее поле в виде конечной десятичной дроби или целого числа.

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы.

Ответ: – 0,7

Задания 13 – 18 оцениваются от 6 до 14 баллов.

При выполнении заданий 13–18 требуется записать полное решение и ответ. При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте экзаменационной работы не учитываются при оценивании работы.**

Критерии проверки и оценка решений заданий 13 – 18

Задание №13 – тригонометрическое, логарифмическое или показательное уравнение.

Выделение решения уравнения в отдельный пункт прямо указывает участникам экзамена на необходимость полного решения предложенного уравнения: при отсутствии в тексте конкретной работы ответа на вопрос пункта задание №13 оценивается 0 баллов.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	6
Обоснованно получен верный ответ в пункте а ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов: пункта а и пункта б	4
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	6

Задание № 14 – стереометрическая задача, она разделена на пункты а и б. Для получения 2 баллов нужно, чтобы были выполнены оба пункта, а для получения 1 балла хватает выполнения одного из этих пунктов.

Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта а и обоснованно получен верный ответ в пункте б	6
Имеется верное доказательство утверждения пункта а ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте б с использованием утверждения пункта а, при этом пункт а не выполнен	4
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	6

Задание № 15 – это неравенство – дробно-рациональное, логарифмическое или показательное.

Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта а и обоснованно получен верный ответ в пункте б	6
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного исключением / включением граничных точек ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	4
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	6

При этом в первом случае выставления 1 балла допускаются только ошибки в строгости неравенства: « $<$ » вместо « \leq », или наоборот. Если в ответ включено значение переменной, при котором одна из частей неравенства не имеет смысла, то следует выставить оценку «0 баллов».

Задание № 16 – это планиметрическая задача. В пункте а теперь нужно доказать геометрический факт, в пункте б – найти (вычислить) геометрическую величину.

Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта а и обоснованно получен верный ответ в пункте б	8
Обоснованно получен верный ответ в пункте б ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта а и при обоснованном решении пункта б получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	4
Имеется верное доказательство утверждения пункта а, ИЛИ при обоснованном решении пункта б получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте б с использованием утверждения пункта а, при этом пункт а не выполнен	2
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	8

Задание № 17 – это текстовая задача с экономическим содержанием.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	12
Верно построена математическая модель, решение сведено к исследованию этой модели и получен результат: — неверный ответ из-за вычислительной ошибки; — верный ответ, но решение недостаточно обосновано	10
Верно построена математическая модель, решение сведено к исследованию этой модели, при этом решение может быть не завершено	8
Верно построена математическая модель, решение сведено к исследованию этой модели, при этом решение может быть не завершено, имеется описка, неточность в формулировке математических понятий	6
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных	0

выше	
	<i>Максимальный балл</i> 12

Пояснения: 1 балл можно выставлять в тех случаях, когда сюжетное условие задачи верно сведено к решению математической (арифметической, алгебраической, функциональной, геометрической) задачи. Именно к решению, а не к отдельному равенству, набору уравнений, уравнению, задающему функцию и т.п. Грубо говоря, предъявленный текст должен включать направление, «продолжаемое» до верного решения. Оценка в 2 балла, разумеется, включает в себя условие выставления 1 балла, но существенно ближе к верному решению задачи. Здесь предполагается завершённое, практически полное решение соответствующей математической задачи. Типичные допустимые погрешности здесь – вычислительные ошибки (при наличии всех шагов решения) или недостаточно полные обоснования. Отметим, что термин «математическая модель», быть может, излишне высокопарен для сравнительно простых задач экономического содержания, предлагаемых на ЕГЭ. Однако, по нашему мнению, он наиболее лаконичен, общеупотребим и достаточно ясен для того, чтобы пытаться отыскать ему адекватную замену. Следует подчеркнуть, что один и тот же сюжет может быть успешно сведен к различным математическим моделям и доведён до верного ответа. По этой причине в критериях проверки нигде нет жесткого упоминания о какой-либо конкретной (арифметической, алгебраической, геометрической, функциональной) модели. Вообще, способов верного решения заданий этого типа никак не меньше, чем для привычных текстовых задач. Возможен и стиль, приближенный к высшей математике, и наивный подход, напоминающий арифметический способ решения текстовых задач, и метод использующий специфические для математической экономики понятия (целевая функция, симплекс-метод и т.п.).

Задание № 18 – это уравнение, неравенство или их системы с параметром. Задачи с параметром допускают весьма разнообразные способы решения. Наиболее распространенными из них являются: – чисто алгебраический способ решения; – способ решения, основанный на построении и исследовании геометрической модели данной задачи; – функциональный способ, в котором могут быть и алгебраические, и геометрические моменты, но базовым является исследование некоторой функции. Зачастую (но далеко не всегда) графический метод более ясно ведёт к цели. Кроме того, в конкретном тексте решения вполне могут встречаться элементы каждого из трех перечисленных способов.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	14

С помощью верного рассуждения получены все верные значения параметра, но – или в ответ включены также и одно-два неверных значения; – или решение недостаточно обосновано	12
С помощью верного рассуждения получено хотя бы одно верное значение параметра	10
Задача сведена к исследованию: – или взаимного расположения трёх окружностей; – или двух квадратных уравнений с параметром	8
Задача сведена к исследованию: – или взаимного расположения трёх окружностей; – или двух квадратных уравнений с параметром. При этом имеется описка, неточность в формулировке математических понятий	4
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	14

5. Критерии оценки экзаменационной работы

Каждое верно выполненное задание № 1 – 12 оценивается в 4 балла, задания № 13-15 до 6 баллов, задания № 16 от 1 до 8 баллов, задания № 17 до 12 баллов, задания № 18 до 14 баллов согласно критериям.

На 2023/24 учебный год минимальное количество баллов, необходимое для поступления на обучение по программам бакалавриата и программам специалитета по предмету математика составляет: 39 баллов.

Лица, получившие на вступительном экзамене по математике результат ниже установленного минимального количества баллов, подтверждающего успешное прохождение вступительного экзамена, к дальнейшим экзаменам не допускаются и выбывают из конкурса.

6. Основные умения и навыки.

Абитуриент должен уметь:

- Производить арифметические действия над числами, заданными в виде обыкновенных и десятичных дробей; с требуемой точностью округлять данные числа и результаты вычислений (не пользоваться калькуляторами или таблицами для вычислений).
- Производить операции над векторами (сложение, умножение на число, скалярное произведение).
- Переводить одни единицы измерения величин в другие.

- Проводить тождественные преобразования многочленов, дробей, содержащих переменные, выражений, содержащих степенные, показательные, логарифмические и тригонометрические функции.
- Строить графики линейной, квадратичной, степенной, показательной, логарифмической и тригонометрических функций.
- Решать уравнения и неравенства первой и второй степени, уравнения и неравенства, приводящиеся к ним; решать системы уравнений и неравенств первой и второй степени и приводящиеся к ним (в том числе с параметрами). Сюда, в частности, относятся простейшие уравнения и неравенства, содержащие степенные, показательные, логарифмические и тригонометрические функции.
- Решать задачи на составление уравнений и систем уравнений. Пользоваться соотношениями и формулами, содержащими модули, степени, корни, логарифмические, тригонометрические выражения, величины углов, длины, площади, объемы;
- Изображать геометрические фигуры на чертеже и производить простейшие построения на плоскости.
- Делать дополнительные построения; строить сечения; исследовать взаимное расположение фигур; применять признаки равенства, подобия фигур и их принадлежности к тому или иному виду
- Использовать геометрические представления при решении алгебраических задач, а методы алгебры и тригонометрии применять при решении геометрических задач.
- Проводить на плоскости операции над векторами (сложение и вычитание векторов, умножение вектора на число) и пользоваться свойствами этих операций.
- Пользоваться понятием производной при исследовании функций на возрастание (убывание), на экстремумы и при построении графиков функций.
- Излагать и оформлять решение логически правильно, полно и последовательно, с необходимыми пояснениями.
- Знать основные понятия и определения по теории вероятностей и статистике.
- Знать формулы нахождения вероятности события, сложения и умножения вероятностей.
- Уметь владеть алгоритмами решения основных задач по теории вероятности и статистике.

7. Содержание программы вступительного экзамена

Теоретические основы математики. Основные понятия.

Алгебра

- Натуральные числа. Делимость. Простые и составные числа. Наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное. Целые,

рациональные и действительные числа. Проценты. Модуль числа, степень, корень, арифметический корень.

- Понятие корня n -й степени. Свойства корня n -й степени. Понятие степени с рациональным показателем. Свойства степени с рациональным показателем. Понятие степени с действительным показателем. Свойства степени с действительным показателем.
- Понятие логарифма. Основное логарифмическое тождество. Свойства логарифмов.
- Основы тригонометрии. Синус, косинус, тангенс, котангенс числа (угла). Основные формулы тригонометрии. Преобразования выражений, включающих тригонометрические функции. Формулы приведения. Зависимости между тригонометрическими функциями одного и того же аргумента. Тригонометрические функции двойного и половинного аргумента. Выражение тригонометрических функций через тангенс половинного аргумента. Преобразование произведения синусов и косинусов в сумму. Преобразование выражения $a \sin x + b \cos x$ с помощью вспомогательного аргумента.
- Арксинус, арккосинус, арктангенс, арккотангенс числа. Формулы решений простейших тригонометрических уравнений.
- Преобразования выражений, включающих арифметические операции, а также операцию возведения в степень и операцию логарифмирования. Преобразования простейших тригонометрических выражений.
- Арифметическая и геометрическая прогрессия. Формула n -го члена и суммы n первых членов арифметической и геометрической прогрессий

Функции

- Понятие функции. Способы задания функции. Область определения и множество значений функции. График функции.
- Свойства функций: монотонность, четность и нечетность, периодичность, ограниченность. Промежутки возрастания и убывания, наибольшее и наименьшее значения, точки экстремума. Связь между свойствами функции и ее графиком.
- Определение, основные свойства и графики элементарных функций: линейной, квадратичной, степенной, гиперболической, показательной, логарифмической, тригонометрических.

Уравнения и неравенства

- Уравнение. Корни уравнения. Методы решения рациональных, показательных, логарифмических, иррациональных, тригонометрических уравнений. Системы уравнений и неравенств. Решения системы
- Неравенства. Решение неравенства. Рациональные, показательные, логарифмические неравенства. Простейшие иррациональные и

тригонометрические неравенства. Использование свойств и графиков функций при решении неравенств. Метод интервалов.

- Системы уравнений. Основные приемы решения систем уравнений: подстановка, алгебраическое сложение, введение новых переменных.
- Применение математических методов для решения содержательных задач: на движение, на работу, на сложные проценты, на десятичную форму записи числа, на смеси и сплавы.

Элементы математического анализа

- Понятие о производной функции, физический и геометрический смысл производной. Уравнение касательной к графику функции. Таблица производных. Производные суммы, разности, произведения, частного. Производные основных элементарных функций. Применение производной к исследованию функций и построению графиков.
- Достаточное условие возрастания (убывания) функции на промежутке. Понятие экстремума функции (теорема Ферма). Достаточное условие экстремума. Наибольшее и наименьшее значение функции на промежутке.
- Понятие об определенном интеграле как площади криволинейной трапеции. Первообразная. Первообразная суммы функций. Первообразная произведения функции на число. Формула Ньютона-Лейбница.

Геометрия

- Планиметрия. Основные свойства простейших геометрических фигур. Геометрические построения на плоскости. Четырехугольники. Многоугольники. Решение треугольников. Площади плоских фигур. Центральные и вписанные углы. Окружность и круг. Касательная к окружности. Дуга окружности. Сектор. Длина окружности и длина дуги окружности. Радианная мера угла. Декартовы координаты на плоскости. Формула расстояния между двумя точками плоскости. Уравнение окружности. Векторы, операции над векторами. Преобразования фигур. Подобие. Подобные фигуры. Отношение площадей подобных фигур. Теорема Пифагора. Свойство медианы равнобедренного треугольника и прямоугольного треугольника, проведенной из вершины прямого угла.
- Стереометрия. Аксиомы стереометрии. Параллельность прямых и плоскостей. Угол прямой с плоскостью. Перпендикуляр к плоскости. Двугранные углы. Линейный угол двугранного угла. Перпендикулярность прямых и плоскостей. Теорема о трех перпендикулярах. Многогранники. Тела вращения. Изображение пространственных фигур на плоскости. Объемы тел. Площади поверхностей тел.

Теория вероятностей и статистика

- Описательная статистика. Случайная изменчивость. Случайные события и вероятность. Математическое описание случайных явлений. Вероятности случайных событий. Сложение и умножение вероятностей. Элементы комбинаторики. Геометрическая вероятность. Испытания Бернулли. Случайные величины. Числовые характеристики случайных величин. Случайные величины в статистике.

Рекомендуемая литература

1. Л.С. Атанасян, Л.С. Киселева, Э.Г. Поздняк и др. «Геометрия. 10-11 классы. Базовый и углубленный уровни», «Просвещение», 2019
2. Л.С. Атанасян, С.Б. Кадомцев, В.Ф. Бутузов и др. «Геометрия. 7- 9 классы», Просвещение, 2019
3. Ш.А. Алимов, Н.Е. Федорова, М.И. Шабунин и др. «Алгебра и математический анализ. 10-11 классы. Базовый и углубленный уровни», Просвещение, 2019
4. А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонский, М.С. Якир Алгебра 7 класс, «Вентана – Граф», 2015
5. А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонский, М.С. Якир Алгебра 8 класс, «Вентана – Граф», 2016
6. А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонский, М.С. Якир Алгебра 9 класс, «Вентана – Граф», 2017
7. С.Ю. Кулабухов, С.О. Иванов, Ф.Ф. Лысенков «Математика. Большой справочник по подготовке к ЕГЭ», «Легион», 2015
8. А.П. Ершова, В.В. Голобородько «Вся школьная математика в самостоятельных и контрольных работах», «Илекса», 2010.
9. А.Д. Александров, А.Л. Вернер, В.И. Рыжик. Учебное пособие для учащихся школ и классов с углубленным изучением математики. Геометрия 10-11 класс, «Просвещение», 2014
10. В.В. Вавилов, И.И. Мельников, С.Н. Олехник, П.И. Пасиченко. Задачи по математике. Уравнения и неравенства. «Наука», 1987.
11. И. Ф. Шарыгин «Факультативный курс по математике 10». «Просвещение», 1989.
12. П.И. Горнштейн, В.Б. Полонский, М.С. Якир «Задачи с параметрами», «Илекса», 2005.
13. А.Г. Мерзляк. ЕГЭ. Математика, Новый полный справочник для подготовки к ЕГЭ / А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонский, М.С. Якир, М.: АСТ, 2018
14. А.Г. Мордкович. ЕГЭ. Математика, Новый полный справочник для подготовки к ЕГЭ / А.Г. Мордкович, В.И. Глизбург, Н.Ю. Лаврентьев, М.: АСТ, 2017

15. И.В. Ященко. ЕГЭ. Математика. Большой сборник тематических заданий для подготовки к единому государственному экзамену. Профильный уровень / И.В. Ященко – М.: АСТ, 2019
16. И.В. Ященко, Р.К. Гордин, М.А. Волчкевич. «ЕГЭ – 2020. Математика. Типовые варианты экзаменационных заданий. 50 вариантов. Профильный уровень»
17. М.Л. Галицкий, М.М. Мошкович, С.И. Шварцбурд «Углубленное изучение курса алгебры и математического анализа», «Просвещение», 1990.
18. Сборник конкурсных задач по математике для поступающих во втузы под редакцией М.И. Сканави.
19. Ю.Н. Тюрин, А.А. Макаров, И.Р. Высоцкий, И.В. Ященко Теория вероятностей и статистика, 2010